**Метод деталізації триангуляції**

Визначення. Тріангуляцією безлічі точок на площині, є поєднання точок з множени непересічними відрізками так, щоб кожен регіон всередині опуклою оболочкі являвся трикутником.

У багатьох випадках природа розв'язуваної задачі така, що при тріангуляції необхідно враховувати різного роду обмеження, тобто у вихідній постановці завдання на безліч ребер тріангуляції накладаються деякі обмеження. Тому розумно визначити поняття тріангуляції з обмеженнями.

**Визначення.** Нехай заданий ППЛГ. Тріангуляцією з обмеженнями, називається така тріангуляція безлічі точок, що все ребра множестватакже є ребрами тріангуляції.

Надалі будемо вважати, що тріангуляції піддається прямокутник Rect. (), Сторони якого паралельні координатним осях, що охоплює всі точки множини.

Мета полягає в тому, щоб ефективно виконати розбиття Rect () на багатокутники меншого розміру, тріангуляція яких не викликає ускладнень. Наступне визначення описує клас таки багатокутників.

**Визначення**. Багатокутник називається монотонним щодо деякої прямої, якщо він простий і його межа є об'єднанням двох ланцюгів, монотонних відносно прямої.

Надалі в якості прямої будемо вибирати вісь ординат. Пропонований метод належить класу методів, заснованих на замітанні площині, і, по суті, збігається з процедурою регуляризації планарного графа. Ця процедура за времядобавляет ребра так, що виконуються наступні умови:

Ніякі два ребра не перетинаються (за винятком, можливо в вершинах).

Кожна вершина (за винятком вершини з найбільшим значенням ординати) безпосередньо з'єднана, по крайней мере, з однією вершиною має велику ординату.

Кожна область планарного графа, отримана в результаті застосування процедури регуляризації, є монотонним многоугольником.

Тепер розглянемо задачу тріангуляції монотонного багатокутника. Нехай заданий багатокутник монотонний щодо осі ординат, тоді шляхом злиття двох монотонних ланцюгів, які формують рамку, можна за времяупорядочіть вершини порядку зменшення у координати. Нехай послідовність вершин, отримана в результаті упорядкування.

Алгоритм тріангуляції обробляє по одній вершині за раз в порядку зменшення у координати. В ході цієї обробки породжуються діагоналі багатокутника. Кожна діагональ обмежує трикутник, залишаючи для подальшої тріангуляції багатокутник, що має на одну сторону менше. Алгоритм використовує стек, що містить пройдені вершини, але які ще не відсічені діагоналями.

Триангуляція монотонного багатокутника з вершинами може бути виконана за час, що є оптимальним.

Об'єднуючи цей результат з тим, що прямокутник Rect () можна розбити на монотонні багатокутники за час, отримуємо:

Триангуляція з обмеженнями на множині точок здійсненна за час.